

# MANAJEMEN SAINS

**LINIER PROGRAMMING  
METODE SIMPLEX**

# Bentuk Matematis

- Maksimumkan  $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)
  - (1)  $2X_1 \leq 8$
  - (2)  $3X_2 \leq 15$
  - (3)  $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

# LINEAR PROGRAMMING METODE SIMPLEKS

- Langkah-langkah metode simpleks

## Langkah 1:

Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan menjadi model kanonik

- Fungsi tujuan

$Z = 3X_1 + 5X_2$  diubah menjadi  $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$ .

- Fungsi batasan (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

|                   |           |         |               |         |        |
|-------------------|-----------|---------|---------------|---------|--------|
| (1) $2X_1$        | $\leq 8$  | menjadi | $2X_1$        | $+ S_1$ | $= 8$  |
| (2) $3X_2$        | $\leq 15$ | menjadi | $3X_2$        | $+ S_2$ | $= 15$ |
| (3) $6X_1 + 5X_2$ | $\leq 30$ | menjadi | $6X_1 + 5X_2$ | $+ S_3$ | $= 30$ |

Slack variabel adalah variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang merupakan batasan

# LINEAR PROGRAMMING METODE SIMPLEKS

- Fungsi tujuan : Maksimumkan  $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$
- Fungsi batasan
  - (1)  $2X_1 + S_1 = 8$
  - (2)  $3X_2 + S_2 = 15$
  - (3)  $6X_1 + 5X_2 + S_3 = 30$

**Langkah 2:****Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel****Beberapa Istilah dlm Metode Simplek**

- **NK** adalah *nilai kanan* persamaan, yaitu nilai di belakang tanda sama dengan ( = ). Untuk batasan 1 sebesar 8, batasan 2 sebesar 15, dan batasan 3 sebesar 30.
- **Variabel dasar** adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Pada persamaan  $2X_1 + S_1 = 8$ , kalau belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai  $X_1 = 0$ , dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 8 satuan, atau nilai  $S_1 = 8$ . Pada tabel tersebut nilai variabel dasar ( $S_1, S_2, S_3$ ) pada fungsi tujuan pada tabel permulaan ini harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif

$Z = 3X_1 + 5X_2$  diubah menjadi  $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$ .

$$\begin{array}{llllllll}
 (1) & 2X_1 & \leq 8 & \text{menjadi} & 2X_1 & + S_1 & & = 8 \\
 (2) & 3X_2 & \leq 15 & \text{menjadi} & & 3X_2 & + S_2 & = 15 \\
 (3) & 6X_1 + 5X_2 & \leq 30 & \text{menjadi} & 6X_1 + & 5X_2 & + S_3 & = 30
 \end{array}$$

### 1. Tabel simpleks yang pertama

| Variabel Dasar | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | NK |
|----------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| Z              | 1 | -3    | -5    | 0     | 0     | 0     | 0  |
| $S_1$          | 0 | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 8  |
| $S_2$          | 0 | 0     | 3     | 0     | 1     | 0     | 15 |
| $S_3$          | 0 | 6     | 5     | 0     | 0     | 1     | 30 |

### Langkah 3: Memilih kolom kunci

- *Kolom kunci* adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis ***fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar***. Dalam hal ini kolom  $X_2$  dengan nilai pada baris persamaan tujuan  $-5$ . Berilah tanda segi empat pada kolom  $X_2$ , seperti tabel berikut

2 Tabel simpleks: pemilihan kolom kunci pada tabel pertama

| Variabel Dasar | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | NK | Keterangan (Indeks) |
|----------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|---------------------|
| Z              | 1 | -3    | -5    | 0     | 0     | 0     | 0  |                     |
| $S_1$          | 0 | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 8  |                     |
| $S_2$          | 0 | 0     | 3     | 0     | 1     | 0     | 15 |                     |
| $S_3$          | 0 | 6     | 5     | 0     | 0     | 1     | 30 |                     |

Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).



#### Langkah 4: Memilih baris kunci

- *Baris kunci* adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek, dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.
- **Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)**  
Untuk baris batasan 1 besarnya indeks =  $8/0 = \sim$ , baris batasan 2 =  $15/3 = 5$ , dan baris batasan 3 =  $30/5 = 6$ . Pilih baris yang mempunyai ***indeks positif dengan angka terkecil***. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut ***angka kunci***

#### Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, seperti tabel 3. bagian bawah ( $0/3 = 0$ ;  $3/3 = 1$ ;  $0/3 = 0$ ;  $1/3 = 1/3$ ;  $0/3 = 0$ ;  $15/3 = 5$ ). Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci ( $X_2$ ).

## 3 Tabel simpleks: Cara mengubah nilai baris kunci

| Variabel Dasar          | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | NK     | Keterangan (Indeks) |
|-------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------------------|
| Z                       | 1 | -3    | -5    | 0     | 0     | 0     | 0      |                     |
| $S_1$                   | 0 | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 8      | $8/0 = \infty$      |
| $S_2$                   | 0 | 0     | 3     | 0     | 1     | 0     | 15     | $15/3 = 5$ ←        |
| $S_3$                   | 0 | 6     | 5     | 0     | 0     | 1     | 30     | $30/5 = 6$          |
| <b>Z</b>                |   |       |       |       |       |       |        |                     |
| <b><math>S_1</math></b> |   |       |       |       |       |       |        |                     |
| <b><math>S_2</math></b> | 0 | 0     | 1     | 0     | $1/3$ | 0     | $15/3$ |                     |
| <b><math>S_3</math></b> |   |       |       |       |       |       |        |                     |

$0/3$

$0/3$

$3/3$

$0/3$

$1/3$

$0/3$

$15/3$

## Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

### Rumus :

Baris baru = baris lama – (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru baris kunci

Baris pertama (Z)

|            |             |            |           |          |            |           |            |              |
|------------|-------------|------------|-----------|----------|------------|-----------|------------|--------------|
|            |             | <b>[-3</b> | <b>-5</b> | <b>0</b> | <b>0</b>   | <b>0,</b> | <b>0]</b>  |              |
|            | <b>(-5)</b> | <b>[ 0</b> | <b>1</b>  | <b>0</b> | <b>1/3</b> | <b>0,</b> | <b>5]</b>  | <b>( - )</b> |
| Nilai baru | =           | <b>[-3</b> | <b>0</b>  | <b>0</b> | <b>5/3</b> | <b>0,</b> | <b>25]</b> |              |

Baris ke-2 (batasan 1)

|            |            |            |          |          |            |           |           |              |
|------------|------------|------------|----------|----------|------------|-----------|-----------|--------------|
|            |            | <b>[2</b>  | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b>   | <b>0,</b> | <b>8]</b> |              |
|            | <b>(0)</b> | <b>[ 0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1/3</b> | <b>0,</b> | <b>5]</b> | <b>( - )</b> |
| Nilai baru | =          | <b>[2</b>  | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b>   | <b>0,</b> | <b>8]</b> |              |

Baris ke-4 (batasan 3)

|            |     |     |   |   |      |    |      |       |
|------------|-----|-----|---|---|------|----|------|-------|
|            |     | [ 6 | 5 | 0 | 0    | 1, | 30 ] |       |
|            | (5) | [ 0 | 1 | 0 | 1/3  | 0, | 5 ]  | ( - ) |
| Nilai baru | =   | [ 6 | 0 | 0 | -5/3 | 1, | 5 ]  |       |

Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

| Variabel Dasar | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | NK |
|----------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| Z              | 1 | -3    | -5    | 0     | 0     | 0     | 0  |
| $S_1$          | 0 | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 8  |
| $S_2$          | 0 | 0     | 3     | 0     | 1     | 0     | 15 |
| $S_3$          | 0 | 6     | 5     | 0     | 0     | 1     | 30 |
| <b>Z</b>       | 1 | -3    | 0     | 0     | 5/3   | 0     | 25 |
| $S_1$          | 0 | 2     | 0     | 1     | 0     | 0     | 8  |
| $S_2$          | 0 | 0     | 1     | 0     | 1/3   | 0     | 5  |
| $S_3$          | 0 | 6     | 0     | 0     | -5/3  | 1     | 5  |

## Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah *pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif*

| Variabel Dasar | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$      | $S_3$ | NK    | Keterangan (Indeks) |
|----------------|---|-------|-------|-------|------------|-------|-------|---------------------|
| Z              | 1 | -3    | 0     | 0     | $5/3$      | 0     | 25    |                     |
| $S_1$          | 0 | 2     | 0     | 1     | 0          | 0     | 8     | $= 8/2 = 4$         |
| $S_2$          | 0 | 0     | 1     | 0     | $1/3$      | 0     | 5     |                     |
| $S_3$          | 0 | 6     | 0     | 0     | $-5/3$     | 1     | 5     | $= 5/6$ (minimum)   |
| Z              | 1 |       |       |       |            |       |       |                     |
| $S_1$          | 0 |       |       |       |            |       |       |                     |
| $S_2$          | 0 |       |       |       |            |       |       |                     |
| $S_3$          | 0 | $6/6$ | 0     | 0     | $-5/18$    | $1/6$ | $5/6$ |                     |
|                |   | $6/6$ | $0/6$ | $0/6$ | $(-5/3)/6$ | $1/6$ | $5/6$ |                     |

## Nilai baru

Baris ke-1

|            |        |       |     |     |         |        |                  |       |
|------------|--------|-------|-----|-----|---------|--------|------------------|-------|
|            |        | $[-3$ | $0$ | $0$ | $5/3$   | $0,$   | $25]$            |       |
|            | $(-3)$ | $[1$  | $0$ | $0$ | $-5/18$ | $1/6,$ | $5/6]$           | $(-)$ |
| Nilai baru | $=$    | $[0$  | $0$ | $0$ | $5/6$   | $1/2,$ | $27\frac{1}{2}]$ |       |

Baris ke-2 (batasan 1)

|            |       |      |     |     |         |         |                 |       |
|------------|-------|------|-----|-----|---------|---------|-----------------|-------|
|            |       | $[2$ | $0$ | $1$ | $0$     | $0,$    | $8]$            |       |
|            | $(2)$ | $[1$ | $0$ | $0$ | $-5/18$ | $1/6,$  | $5/6]$          | $(-)$ |
| Nilai baru | $=$   | $0$  | $0$ | $1$ | $5/9$   | $-1/3,$ | $6\frac{1}{3}]$ |       |

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

|            |       |      |     |     |         |        |        |       |
|------------|-------|------|-----|-----|---------|--------|--------|-------|
|            |       | $[0$ | $1$ | $0$ | $1/3$   | $0,$   | $5]$   |       |
|            | $(0)$ | $[1$ | $0$ | $0$ | $-5/18$ | $1/6,$ | $5/6]$ | $(-)$ |
| Nilai baru | $=$   | $0$  | $1$ | $0$ | $1/3$   | $0,$   | $5]$   |       |

Tabel simpleks final hasil perubahan

| Variabel Dasar          | Z | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$   | $S_3$  | NK              |
|-------------------------|---|-------|-------|-------|---------|--------|-----------------|
| <b>Z</b>                | 1 | 0     | 0     | 0     | $5/6$   | $1/2$  | $27\frac{1}{2}$ |
| $S_1$                   | 0 | 0     | 0     | 1     | $5/9$   | $-1/3$ | $6\frac{1}{3}$  |
| <b><math>X_2</math></b> | 0 | 0     | 1     | 0     | $1/3$   | 0      | 5               |
| <b><math>X_1</math></b> | 0 | 1     | 0     | 0     | $-5/18$ | $1/6$  | $5/6$           |

Baris pertama (Z) tidak ada lagi yang bernilai negatif. Sehingga tabel tidak dapat dioptimalkan lagi dan tabel tersebut merupakan hasil optimal

Dari tabel final didapat

$$X_1 = 5/6$$

$$X_2 = 5$$

$$Z_{\text{maksimum}} = 27\frac{1}{2}$$